

## **Методы принятия оптимальных решений**

Методические указания  
к расчетно-графическому заданию студентов IV курса  
направлений 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»  
и 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование  
информационных систем» ФПМИ

Составитель:  
д-р техн. наук, профессор Б.Ю. Лемешко

Работа подготовлена на кафедре теоретической  
и прикладной информатики

Выполнение РГЗ предполагает использование программной системы ISW, архив с текущей версией которой доступен по адресу:  
<https://ami.nstu.ru/~headrd/ISW.htm>

В архиве содержится и краткая инструкция по работе с ISW в формате pdf.

### Описание заданий

РГЗ предполагает выполнение следующих заданий.

1. Для заданного варианта данных проверить простые и сложные гипотезы о принадлежности результатов измерений некоторым законам распределения, включая нормальный закон.

Рассматриваются следующие варианты:

**Таблица 1.** Измерения XXX

5.47	5.18	5.46	5.53	5.50	5.36	5.40	5.40	5.38	5.64
5.64	5.70	5.29	5.51	5.11	5.37	5.51	5.47	5.73	5.51
5.10	5.75	5.45	5.12	5.76	5.52	5.42	5.54	5.43	5.51
5.71	5.33	5.34	5.26	5.09	5.31	5.36	5.44	5.59	5.36
5.40	5.42	5.82	5.39	5.48	5.44	4.99	5.16	5.20	5.60

**Таблица 2.** Измерения YYY

4.805	4.796	4.836	4.792	4.784	4.784	4.807	4.806	4.795	4.780	4.780	4.807
4.780	4.803	4.775	4.780	4.820	4.809	4.804	4.817	4.773	4.802	4.819	4.793
4.772	4.810	4.783	4.808	4.779	4.793	4.805	4.789	4.765	4.822	4.796	4.825
4.801	4.789	4.778	4.820	4.809	4.816	4.805	4.815	4.813	4.786	4.790	4.804
4.809	4.778	4.817	4.799	4.789	4.820	4.794	4.804	4.795	4.804	4.818	4.783

**Таблица 3.** Измерения ZZZ

890	954	807	793	808	898	820	828	875	897
898	792	860	937	762	924	861	871	817	873
763	834	819	942	957	899	995	934	705	763
810	863	914	874	910	899	819	965	876	982
814	798	828	769	863	1034	924	884	878	884
890	916	790	914	850	672	992	824	719	860
913	791	828	706	877	910	933	882	1094	877
925	946	892	991	777	808	822	790	710	706
782	821	897	795	917	807	908	821	970	687
893	865	830	857	840	1010	824	887	974	935

**Таблица 4.** Измерения QQQ


31	27	28	21	26	25	36	16	33	25	25	31	35	22
23	28	21	27	38	25	23	23	31	27	32	30	33	38
38	35	35	33	29	24	21	27	20	30	21	39	33	29
19	27	24	33	26	30	28	23	27	20	22	30	29	27
29	19	24	35	26	31	28	32	30	25	28	36	25	24

**1.1.** Используя заданные вариантом непараметрические критерии согласия, набор данных классического эксперимента проверить простые гипотезы о принадлежности выборок потенциально подходящим законам распределения (в соответствии с вариантом задания). Для применяемых критериев в сформированной таблице зафиксировать значения статистик критериев и достигнутые уровни значимости  $p_{value}$ .

**1.2.** Применяя те же критерии проверить сложные гипотезы о согласии с теми же законами при использовании оценок максимального правдоподобия. Зафиксировать в той же таблице значения статистик критериев и достигнутые уровни значимости  $p_{value}$ . Сравнить последние с достигнутыми уровнями значимости при проверке простых гипотез. Дать объяснение результатам.

**1.3.** Используя различные модели законов распределения, из встроенных в ISW, проверить, найдутся ли среди них законы (хотя бы один), относительно которых не будет отвергаться сложная проверяемая гипотеза о «согласии» с данным законом при заданном уровне значимости  $\alpha = 0,5$ ?

Сделать вывод о наиболее подходящей модели, для описания данной выборки.


**2.** В соответствии с вариантом смоделировать выборку по заданному закону при  $n = 500$ . Используя критерий  $\chi^2$  Пирсона проверить простую гипотезу о принадлежности выборки моделируемому закону, например, при числе интервалов  $k = 7$  и  $k = 10$  и использовании различных вариантов группирования , фиксируя в сформированной таблице значения статистик и достигаемые уровни значимости.

Рассмотреть следующие варианты группирования: равномерное; равновероятное; асимптотически оптимальное.

Проанализировать результаты. Пояснить, что собой представляет асимптотически оптимальное группирование (АОГ). Вставить в отчет рисунок с плотностью и гистограммой для случая использования АОГ.

**3.1.** Для выборки результатов измерения скорости ветра (или инсоляции, солнечной радиации в  $\text{Вт/м}^2$ ) в конкретном месяце (в соответствии с вариантом задания) идентифицировать модель закона (подобрать), который в наибольшей степени согласуется с этой выборкой. Следует рассматривать только некоторые из законов, перечень которых загружается с файлом «стандартные.dst».

*Указание 1.* Выборки измерений скорости ветра по месяцам представлены в директории «Скорость\_ветра\_dat», инсоляции (солнечной радиации) – в директории «Солнечная\_радиация\_(Инсоляция)\_днём\_dat».

*Указание 2.* Целесообразно при использовании оценок максимального правдоподобия воспользоваться (через ) режимом «группирование при оценивании», при котором оценки обладают свойством робастности. Некоторые предположения о подходящей модели можно почерпнуть по форме эмпирического распределения.

**3.2.** Постарайтесь построить модель в виде смеси законов.

*Указание 3.* Представление о построении модели в виде смеси можно почерпнуть из файлов «Скорость\_ветра.dst» или «Инсоляция.dst», содержащих подходящие модели для скорости ветра и инсоляции по месяцам. Описание смеси (для уточнения оценок) можно включить в раздел [Distributions] файла is.ini.

**Указание 4.** При построении моделей в виде смеси (во многих случаях) можно придерживаться следующего порядка действий.

1. Отсортировать выборку по возрастанию.
2. По виду эмпирического распределения разбить её на части (подвыборки), которые целесообразно описать отдельными параметрическими моделями.
3. В качестве весов в модели смеси в такой ситуации будут являться величины, пропорциональные объёмам подвыборок.

Вставить в отчет результаты, построенные модели и рисунки (с эмпирическими и теоретическими функциями распределения), иллюстрирующие качество моделей.

**4.1.** Проверьте гипотезу об однородности законов, выборки рассмотренной в п.3, с выборками соседних месяцев с использованием 2-хвыборочных критериев однородности Смирнова, Лемана–Розенблатта, Андерсона–Дарлинг–Петита и Хи-квадрат. Отрадите результаты в отчёте, включая значения статистик критериев и достигнутого уровня значимости  $p_{value}$ .

**4.2.** Проверьте гипотезу об однородности результатов измерений в 3-х соседних месяцах, включая Ваш вариант, с использованием k-выборочных критериев: Хи-квадрат, Андерсона–Дарлинг и 3-х критериев Жанга. Последние 3 критерия потребуют интерактивного моделирования распределений статистик для формирования выводов о результатах проверки. Отрадите результаты в отчёте, включая значения статистик критериев и соответствующие значения достигнутого уровня значимости  $p_{value}$ .

**4.3.** Используя 2-хвыборочные критерии однородности Смирнова, Лемана–Розенблатта и Андерсона–Дарлинг–Петита найдите месяц, выборка с результатами измерений для которого наиболее близка к результатам измерений «Вашего» месяца. Отрадите результаты в отчёте.

**5.** Для варианта выборки с измерениями мощности ветроэнергетической установки (ВЭУ) или с мощностью солнечной панели, используя критерии однородности законов, однородности средних и однородности дисперсий (через раздел в ISW «Проверка на тренд критериями однородности»), проверьте гипотезу об отсутствии тренда в Вашем ряду измерений. Для этого, разбивая выборку на последовательные части, можно использовать соответствующие критерии. Проверьте подозрительные части выборки на однородность законов (критериями однородности Смирнова, Лемана–Розенблатта и Андерсона–Дарлинг–Петита), на однородность средних (критерием сравнения 2-х выборок при неизвестных и неравных дисперсиях, Н-критерием Краскела–Уаллиса) и на однородность дисперсий (критерием Бартлетта, считая, что предположения о нормальности выполняются, и нормированным критерием Муда). Отрадите результаты в отчёте.

**6.** В этих же целях для выборки, рассмотренной в п.5, проверьте гипотезу об отсутствии тренда, используя 3-4 критерия из включенных в раздел в ISW «Проверка на отсутствие тренда» (Дюффа–Роя, Фостера–Стюарта, инверсий, Вальда–Вольфовица). Отрадите результаты в отчёте.

**7.** Сгенерируйте задачу дискретного линейного программирования небольшой размерности (с числом переменных  $n \leq 3$  и числом линейных ограничений  $m \leq 4$ ), имеющую в отсутствие

требования целочисленности оптимальное нецелочисленное решение. Приведите подробное решение полностью целочисленной задачи указанным в варианте алгоритмом Гомори.

8. Сгенерируйте произвольную матричную игру (с числом стратегий 1-го игрока  $m \geq 4$  и числом стратегий 2-го игрока  $n \geq 5$ ).

- Запишите игру в виде задач линейного программирования с позиций 1-го и 2-го игроков.
- Проверьте, имеет ли Ваша игра решение в чистых стратегиях?
- При возможности, сократите игру, удалив доминируемые строки и столбцы.

**Указание 6.** Выборки с измерениями скорости ветра представлены в директории «Скорость\_ветра». Выборки с измерениями солнечной радиации представлены в директории «Солнечная\_радиация».

Выборки с измерениями мощности ВЭУ представлены в директории «Мощность\_ВЭУ». Выборки с измерениями мощности солнечной панели представлены в директории «Мощность\_солнечной\_панели».

## Варианты заданий

### Вариант 1

1	Данные XXX	Критерии Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами:</p> <p>нормальным с плотностью <math>f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}</math> и параметрами <math>\mu = 5.5</math> и <math>\sigma = 0.22</math>;</p> <p>Лапласа <math>f(x) = \frac{1}{2\theta_1} e^{- x-\theta_0 /\theta_1}</math> с параметрами сдвига <math>\theta_0 = 5.5</math> и масштаба <math>\theta_1 = 0.18</math>;</p> <p>логарифмически нормальным <math>f(x) = \frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \theta_0)^2/2\theta_1^2}</math> при <math>\theta_0 = 1.7</math> и <math>\theta_1 = 0.05</math>;</p> <p>логистическим <math>f(x) = \frac{1}{\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\} / \left[1 + \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\}\right]^2</math> при <math>\theta_0 = 5.5</math>, <math>\theta_1 = 0.13</math>.</p>	
2	Логистический закон при $\theta_0 = 2$ , $\theta_1 = 2$ .	
3	Ветер в январе	
5	Мощность ВЭУ в январе	

Первый алгоритм Гомори.

### Вариант 2

1	Данные YYY	Критерии Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 4.78</math>, <math>\sigma = 0.014</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 4.78</math>, <math>\theta_1 = 0.013</math>); и обобщённым нормальным</p> $f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{ x-\theta_0 }{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\} \quad (\text{двусторонним экспоненциальным}) \quad \text{с}$ <p>параметрами <math>\theta_0 = 4.78</math>, <math>\theta_1 = 0.02</math>, <math>\theta_2 = 1.98</math>.</p>	
2	Нормальный закон при $\mu = 2$ и $\sigma = 1$ .	
3	Ветер в феврале	
5	Мощность ВЭУ в феврале	

Второй алгоритм Гомори.

### Вариант 3

1	Данные ZZZ	Критерии Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлинга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 860</math>, <math>\sigma = 78</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 860</math>, <math>\theta_1 = 70</math>); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами <math>\theta_0 = 861</math>, <math>\theta_1 = 106</math>, <math>\theta_2 = 1.77</math></p> <p>логистическим при <math>\theta_0 = 860</math>, <math>\theta_1 = 46</math>.</p>	
2	Распределение Коши с параметром сдвига 2 и масштаба 1.	
3	Ветер в феврале	
5	Мощность ВЭУ в марте	

Третий алгоритм Гомори.

**Вариант 4**

1	Данные QQQ	Критерии Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова и Андерсона-Дарлингга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 28, \sigma = 5.4$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 27, \theta_1 = 4.6$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 28, \theta_1 = 6.2, \theta_2 = 1.37$ ; логистическим при $\theta_0 = 28, \theta_1 = 3.14$ .	
2	Распределение Вейбулла с параметром формы 3, масштаба 1, сдвига 0.	
3	Ветер в апреле	
5	Мощность ВЭУ в апреле	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 5**

1	Данные XXX	Критерии Купера, Ватсона и $Z_A$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами:</p> <p>нормальным с плотностью <math>f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}</math> и параметрами <math>\mu = 5.5</math> и <math>\sigma = 0.22</math>;</p> <p>Лапласа <math>f(x) = \frac{1}{2\theta_1} e^{- x-\theta_0 /\theta_1}</math> с параметрами сдвига <math>\theta_0 = 5.5</math> и масштаба <math>\theta_1 = 0.18</math>;</p> <p>логарифмически нормальным <math>f(x) = \frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \theta_0)^2/2\theta_1^2}</math> при <math>\theta_0 = 1.7</math> и <math>\theta_1 = 0.05</math>;</p> <p>логистическим <math>f(x) = \frac{1}{\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\} / \left[1 + \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\}\right]^2</math> при <math>\theta_0 = 5.5, \theta_1 = 0.13</math>.</p>	
2	Распределения Максвелла с параметром масштаба 4, сдвига 0.	
3	Ветер в мае	
5	Мощность ВЭУ в мае	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 6**

1	Данные YYY	Критерии Купера, Ватсона и $Z_A$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 4.78, \sigma = 0.014</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.013</math>); и обобщённым нормальным</p> $f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{ x-\theta_0 }{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\} \quad (\text{двусторонним экспоненциальным}) \quad \text{с}$ <p>параметрами <math>\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = 1.98</math>.</p>	
2	Распределения Рэлея с параметром масштаба 3, сдвига 0.	
3	Ветер в июне	
5	Мощность ВЭУ в июне	

Третий алгоритм Гомори.

**Вариант 7**

1	Данные ZZZ	Критерии Купера, Ватсона и $Z_A$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 860, \sigma = 78$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 860, \theta_1 = 70$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 861, \theta_1 = 106, \theta_2 = 1.77$ логистическим при $\theta_0 = 860, \theta_1 = 46$ .	
2	Распределение минимального значения с параметром масштаба 0.5 и сдвига 2	
3	Ветер в июле	
5	Мощность ВЭУ в июле	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 8**

1	Данные QQQ	Критерии Купера, Ватсона и $Z_A$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 28, \sigma = 5.4$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 27, \theta_1 = 4.6$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 28, \theta_1 = 6.2, \theta_2 = 1.37$ ; логистическим при $\theta_0 = 28, \theta_1 = 3.14$ .	
2	Распределение максимального значения с параметром масштаба 0.5 и сдвига 2	
3	Ветер в августе	
5	Мощность ВЭУ в августе	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 9**

1	Данные XXX	Критерии Крамера-Мизеса-Смирнова, Ватсона и $Z_C$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами:</p> <p>нормальным с плотностью <math>f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}</math> и параметрами <math>\mu = 5.5</math> и <math>\sigma = 0.22</math>;</p> <p>Лапласа <math>f(x) = \frac{1}{2\theta_1} e^{- x-\theta_0 /\theta_1}</math> с параметрами сдвига <math>\theta_0 = 5.5</math> и масштаба <math>\theta_1 = 0.18</math>;</p> <p>логарифмически нормальным <math>f(x) = \frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \theta_0)^2/2\theta_1^2}</math> при <math>\theta_0 = 1.7</math> и <math>\theta_1 = 0.05</math>;</p> <p>логистическим <math>f(x) = \frac{1}{\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\} / \left[1 + \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\}\right]^2</math> при <math>\theta_0 = 5.5, \theta_1 = 0.13</math>.</p>	
2	Логистический закон при $\theta_0 = 1, \theta_1 = 0.55$ .	
3	Ветер в сентябре	
5	Мощность ВЭУ в сентябре	

Третий алгоритм Гомори.



**Вариант 10**

1	Данные YYY	Критерии Крамера-Мизеса-Смирнова, Ватсона и $Z_C$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 4.78, \sigma = 0.014</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.013</math>); и обобщённым нормальным</p> $f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{ x-\theta_0 }{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\} \quad (\text{двусторонним экспоненциальным}) \quad \text{с}$ <p>параметрами <math>\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = 1.98</math>.</p>	
2	Нормальный закон при $\mu = 1$ и $\sigma = 2$ .	
3	Ветер в октябре	
5	Мощность ВЭУ в октябре	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 11**

1	Данные ZZZ	Критерии Крамера-Мизеса-Смирнова, Ватсона и $Z_C$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 860, \sigma = 78</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 860, \theta_1 = 70</math>); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами <math>\theta_0 = 861, \theta_1 = 106, \theta_2 = 1.77</math> логистическим при <math>\theta_0 = 860, \theta_1 = 46</math>.</p>	
2	Распределение Коши с параметром сдвига 0 и масштаба 0.5.	
3	Ветер в ноябре	
5	Мощность ВЭУ в ноябре	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 12**

1	Данные QQQ	Критерии Крамера-Мизеса-Смирнова, Ватсона и $Z_C$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 28, \sigma = 5.4</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 27, \theta_1 = 4.6</math>); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами <math>\theta_0 = 28, \theta_1 = 6.2, \theta_2 = 1.37</math>; логистическим при <math>\theta_0 = 28, \theta_1 = 3.14</math>.</p>	
2	Распределение Вейбулла с параметром формы 3, масштаба 1, сдвига 0.	
3	Ветер в декабре	
5	Мощность ВЭУ в декабре	

Третий алгоритм Гомори.

**Вариант 13**

1	Данные XXX	Критерии Колмогорова, Купера и $Z_K$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами:</p> <p>нормальным с плотностью <math>f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}</math> и параметрами <math>\mu = 5.5</math> и <math>\sigma = 0.22</math>;</p> <p>Лапласа <math>f(x) = \frac{1}{2\theta_1} e^{- x-\theta_0 /\theta_1}</math> с параметрами сдвига <math>\theta_0 = 5.5</math> и масштаба <math>\theta_1 = 0.18</math>;</p> <p>логарифмически нормальным <math>f(x) = \frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \theta_0)^2 / 2\theta_1^2}</math> при <math>\theta_0 = 1.7</math> и <math>\theta_1 = 0.05</math>;</p> <p>логистическим <math>f(x) = \frac{1}{\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\} / \left[1 + \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\}\right]^2</math> при <math>\theta_0 = 5.5</math>, <math>\theta_1 = 0.13</math>.</p>	
2	Распределения Максвелла с параметром масштаба 3, сдвига 0.	
3	Инсоляция в январе	
5	Мощность солнечной панели в январе	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 14**

1	Данные YYY	Критерии Колмогорова, Купера и $Z_K$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 4.78</math>, <math>\sigma = 0.014</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 4.78</math>, <math>\theta_1 = 0.013</math>); и обобщённым нормальным</p> $f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{ x-\theta_0 }{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\}$ <p>(двусторонним экспоненциальным) с параметрами <math>\theta_0 = 4.78</math>, <math>\theta_1 = 0.02</math>, <math>\theta_2 = 1.98</math>.</p>	
2	Распределения Рэлея с параметром масштаба 2, сдвига 0.	
3	Инсоляция в феврале	
5	Мощность солнечной панели в феврале	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 15**

1	Данные ZZZ	Критерии Колмогорова, Купера и $Z_K$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами (<math>\mu = 860</math>, <math>\sigma = 78</math>); Лапласа (<math>\theta_0 = 860</math>, <math>\theta_1 = 70</math>); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами <math>\theta_0 = 861</math>, <math>\theta_1 = 106</math>, <math>\theta_2 = 1.77</math> логистическим при <math>\theta_0 = 860</math>, <math>\theta_1 = 46</math>.</p>	
2	Распределение минимального значения с параметром масштаба 2 и сдвига 0	
3	Инсоляция в марте	
5	Мощность солнечной панели в марте	

Третий алгоритм Гомори.

**Вариант 16**

1	Данные QQQ	Критерии Колмогорова, Купера и $Z_K$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 28, \sigma = 5.4$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 27, \theta_1 = 4.6$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 28, \theta_1 = 6.2, \theta_2 = 1.37$ ; логистическим при $\theta_0 = 28, \theta_1 = 3.14$ .	
2	Распределение максимального значения с параметром масштаба 2 и сдвига 0	
3	Инсоляция в апреле	
5	Мощность солнечной панели в апреле	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 17**

1	Данные XXX	Критерии Андерсона-Дарлинга, Ватсона и $Z_K$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с плотностью $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ и параметрами $\mu = 5.5$ и $\sigma = 0.22$ ; Лапласа $f(x) = \frac{1}{2\theta_1} e^{- x-\theta_0 /\theta_1}$ с параметрами сдвига $\theta_0 = 5.5$ и масштаба $\theta_1 = 0.18$ ; логарифмически нормальным $f(x) = \frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \theta_0)^2/2\theta_1^2}$ при $\theta_0 = 1.7$ и $\theta_1 = 0.05$ ; логистическим $f(x) = \frac{1}{\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\} / \left[1 + \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\}\right]^2$ при $\theta_0 = 5.5, \theta_1 = 0.13$ .	
2	Распределение Вейбулла с параметром формы 2, масштаба 2, сдвига 0.	
3	Инсоляция в мае	
5	Мощность солнечной панели в мае	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 18**

1	Данные YYY	Критерии Андерсона-Дарлинга, Ватсона и $Z_K$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 4.78, \sigma = 0.014$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.013$ ); и обобщённым нормальным $f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{ x-\theta_0 }{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\}$ (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = 1.98$ .	
2	Нормальный закон при $\mu = 3$ и $\sigma = 2$ .	
3	Инсоляция в июне	
5	Мощность солнечной панели в июне	

Третий алгоритм Гомори.

**Вариант 19**

1	Данные ZZZ	Критерии Андерсона-Дарлинга, Ватсона и $Z_K$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 860$ , $\sigma = 78$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 860$ , $\theta_1 = 70$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 861$ , $\theta_1 = 106$ , $\theta_2 = 1.77$ логистическим при $\theta_0 = 860$ , $\theta_1 = 46$ .	
2	Распределение Коши с параметром сдвига 1 и масштаба 2.	
3	Инсоляция в июле	
5	Мощность солнечной панели в июле	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 20**

1	Данные QQQ	Критерии Андерсона-Дарлинга, Ватсона и $Z_K$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 28$ , $\sigma = 5.4$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 27$ , $\theta_1 = 4.6$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 28$ , $\theta_1 = 6.2$ , $\theta_2 = 1.37$ ; логистическим при $\theta_0 = 28$ , $\theta_1 = 3.14$ .	
2	Распределение Вейбулла с параметром формы 5, масштаба 2, сдвига 0.	
3	Инсоляция в августе	
5	Мощность солнечной панели в августе	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 21**

1	Данные XXX	Критерии Андерсона-Дарлинга, $Z_A$ и $Z_C$ Жанга
	<p>простые гипотезы о согласии с законами:</p> <p>нормальным с плотностью <math>f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}</math> и параметрами <math>\mu = 5.5</math> и <math>\sigma = 0.22</math>;</p> <p>Лапласа <math>f(x) = \frac{1}{2\theta_1} e^{- x-\theta_0 /\theta_1}</math> с параметрами сдвига <math>\theta_0 = 5.5</math> и масштаба <math>\theta_1 = 0.18</math>;</p> <p>логарифмически нормальным <math>f(x) = \frac{1}{x\theta_1\sqrt{2\pi}} e^{-(\ln x - \theta_0)^2/2\theta_1^2}</math> при <math>\theta_0 = 1.7</math> и <math>\theta_1 = 0.05</math>;</p> <p>логистическим <math>f(x) = \frac{1}{\theta_1} \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\} / \left[1 + \exp\left\{-\frac{(x-\theta_0)}{\theta_1}\right\}\right]^2</math> при <math>\theta_0 = 5.5</math>, <math>\theta_1 = 0.13</math>.</p>	
2	Распределение минимального значения с параметром масштаба 0.7 и сдвига 1.	
3	Инсоляция в сентябре	
5	Мощность солнечной панели в сентябре	

Третий алгоритм Гомори.

**Вариант 22**

1	Данные YYY	Критерии Андерсона-Дарлинга, $Z_A$ и $Z_C$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 4.78, \sigma = 0.014$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.013$ ); и обобщённым нормальным $f(x) = \frac{\theta_2}{2\theta_1\Gamma(1/\theta_2)} \exp\left\{-\left(\frac{ x-\theta_0 }{\theta_1}\right)^{\theta_2}\right\}$ (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 4.78, \theta_1 = 0.02, \theta_2 = 1.98$ .	
2	Распределение максимального значения с параметром масштаба 0.7 и сдвига 1.	
3	Инсоляция в октябре	
5	Мощность солнечной панели в октябре	

Первый алгоритм Гомори.

**Вариант 23**

1	Данные ZZZ	Критерии Андерсона-Дарлинга, $Z_A$ и $Z_C$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 860, \sigma = 78$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 860, \theta_1 = 70$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 861, \theta_1 = 106, \theta_2 = 1.77$ логистическим при $\theta_0 = 860, \theta_1 = 46$ .	
2	Распределение Вейбулла с параметром формы 4.5, масштаба 1, сдвига 0.	
3	Инсоляция в ноябре	
5	Мощность солнечной панели в ноябре	

Второй алгоритм Гомори.

**Вариант 24**

1	Данные QQQ	Критерии Андерсона-Дарлинга, $Z_A$ и $Z_C$ Жанга
	простые гипотезы о согласии с законами: нормальным с параметрами ( $\mu = 28, \sigma = 5.4$ ); Лапласа ( $\theta_0 = 27, \theta_1 = 4.6$ ); обобщённым нормальным (двусторонним экспоненциальным) с параметрами $\theta_0 = 28, \theta_1 = 6.2, \theta_2 = 1.37$ ; логистическим при $\theta_0 = 28, \theta_1 = 3.14$ .	
2	Нормальное распределение при $\mu = 0$ и $\sigma = 0.5$ .	
3	Инсоляция в декабре	
5	Мощность солнечной панели в декабре	

Третий алгоритм Гомори.

## Рекомендуемая литература

1. Лемешко Б.Ю. Непараметрические критерии согласия: Руководство по применению: Монография / Б.Ю. Лемешко. – М.: ИНФРА-М, 2014. – 163 с. DOI: [10.12737/11873](https://doi.org/10.12737/11873)
2. Лемешко Б.Ю. Критерии проверки гипотез об однородности. Руководство по применению: монография / Б.Ю. Лемешко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 248 с. – (Научная мысль). – DOI [10.12737/986695](https://doi.org/10.12737/986695), ISBN 978-5-16-016336-9 (print), ISBN 978-5-16-108633-9 (online)
3. Лемешко Б.Ю., Веретельникова И.В. Критерии проверки гипотез о случайности и отсутствии тренда. Руководство по применению: Монография / Б.Ю. Лемешко, И.В. Веретельникова. – Москва : ИНФРА-М. 2021. – 221 с. – (Научная мысль). DOI [10.12737/1587437](https://doi.org/10.12737/1587437) ISBN 978-5-16-017054-1 (print), ISBN 978-5-16-109774-8 (online)
4. Лемешко Б.Ю. Критерии проверки отклонения от экспоненциального закона. Руководство по применению: монография / Б.Ю. Лемешко, П.Ю. Блинов. – Москва : ИНФРА-М, 2021. – 352 с. – (Научная мысль). – DOI [10.12737/1097477](https://doi.org/10.12737/1097477), ISBN 978-5-16-016328-4 (print), ISBN 978-5-16-108625-4 (online)
5. Лемешко Б.Ю., Блинов П.Ю. Критерии проверки отклонения распределения от равномерного закона. Руководство по применению: Монография / Б.Ю. Лемешко, П.Ю. Блинов. – М.: ИНФРА-М, 2015. – 183 с. – (Научная мысль). DOI: [10.12737/11304](https://doi.org/10.12737/11304)
6. Лемешко Б.Ю. Критерии проверки отклонения распределения от нормального закона. Руководство по применению: Монография / Б.Ю. Лемешко. – М.: ИНФРА-М, 2015. – 160 с. – (Научная мысль). DOI: [10.12737/6086](https://doi.org/10.12737/6086)
7. Статистический анализ данных, моделирование и исследование вероятностных закономерностей. Компьютерный подход: Монография / Б.Ю. Лемешко, С.Б. Лемешко, С.Н. Постовалов, Е.В. Чимитова. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2011. – 888 с. (серия «Монографии НГТУ»).
8. Лемешко Б.Ю. Теория игр и исследование операций. Конспект лекций. – Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2013. – 126 с.
9. Непараметрические критерии согласия. Руководство по применению (для магистрантов ФПМИ).
10. Критерии проверки гипотез об однородности. Руководство по применению (для магистрантов ФПМИ).
11. Критерии проверки отклонения от нормального закона. Руководство по применению (для магистрантов ФПМИ).
12. Критерии проверки отклонения распределения от равномерного закона. Руководство по применению (для магистрантов ФПМИ).
13. Руководство по критериям случайности и отсутствия тренда (бета-версия, для магистрантов ФПМИ).
14. Actual version of the ISW (актуальная версия ISW).