ДАН ВШ России. 2007. № 2(9). – С. 6-16
УДК 519.2

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИСТИК НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КРИТЕРИЕВ СОГЛАСИЯ ПРИ ПРОВЕРКЕ ГИПОТЕЗ ОТНОСИТЕЛЬНО БЕТА-РАСПРЕДЕЛЕНИЙ[1]

Член–корреспондент СО АН ВШ **Б.Ю. Лемешко,**
С.Б. Лемешко

Рассматривается проверка сложных гипотез относительно бета-распределений I-го, II-го и III-го рода. В случае оценивания параметров закона по той же самой выборке распределения статистик непараметрических критериев согласия зависят от конкретных значений параметров формы бета-распределениия. Для различных комбинаций 2-х параметров формы бета-распределениия (I-го, II-го и III-го рода) строятся модели распределений и таблицы процентных точек для статистик критериев Колмогорова, Крамера-Мизеса-Смирнова, Андерсона-Дарлинга (в зависимости от типа и числа оцениваемых параметров).

Введение

При проверке сложных гипотез вида $H_0: F(x) \in \{F(x,\theta),\ \theta \in \Theta\}$, когда оценка $\hat{\theta}$ скалярного или векторного параметра распределения $F(x,\theta)$ вычисляется по той же самой выборке, непараметрические критерии согласия теряют свойство “свободы от распределения”. В этом случае распределения статистик $G(S|H_0)$ непараметрических критериев согласия зависят от ряда факторов: от вида наблюдаемого закона $F(x,\theta)$, соответствующего истинной гипотезе H_0; от типа оцениваемого параметра; от количества оцениваемых параметров; от используемого метода оценивания параметров. В некоторых ситуациях распределения статистик $G(S|H_0)$ зависят от конкретных значений параметра или параметров. Например, в случае семейств гамма- [1] и бета-распределений законы распределений статистик $G(S|H_0)$ зависят от конкретных значений параметров формы гамма- и бета-распределений.

Начиная с работы [2], вопросами исследования распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез занимались многие исследователи, например [3,4,5,6-8,9-11]. В наших работах [1, 12-16] распределения статистик непараметрических критериев исследовались методами статистического моделирования, строились приближенные модели распределений статистик и таблицы процентных точек.

[1] Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 06-01-00059)

Распределения статистик при проверке гипотез относительно бета-распределений

В данной работе исследованы распределения статистик $G(S|H_0)$ критериев согласия Колмогорова, ω^2 Крамера-Мизеса-Смирнова, Ω^2 Андерсона-Дарлинга при проверке гипотез относительно семейств бета-распределений I-го и II-го рода в случае применения для оценивания параметров этих законов метода максимального правдоподобия.

Бета-распределение I-го рода имеет функцию плотности

$$f(x) = B_I(\theta_0,\theta_1) = \frac{1}{\theta_2 \mathrm{B}(\theta_0,\theta_1)} \left(\frac{x}{\theta_2}\right)^{\theta_0-1} \left(1-\frac{x}{\theta_2}\right)^{\theta_1-1}, \qquad (1)$$

где $\mathrm{B}(\theta_0,\theta_1) = \Gamma(\theta_0)\Gamma(\theta_1)/\Gamma(\theta_0+\theta_1)$ – бета-функция, параметры формы $\theta_0,\theta_1 \in (0,\infty)$, масштабный параметр $\theta_2 \in (0,\infty)$, $x \in [0,\theta_2]$.

Функция плотности бета-распределения II-го рода описывается выражением

$$f(x) = B_{II}(\theta_0,\theta_1) = \frac{1}{\theta_2 \mathrm{B}(\theta_0,\theta_1)} \frac{[x/\theta_2]^{\theta_0-1}}{[1+x/\theta_2]^{\theta_0+\theta_1}}, \qquad (2)$$

где $x \in [0,\infty)$. Частным случаем бета-распределения II-го рода является F-распределение Фишера.

Статистика критерия согласия Колмогорова [17] рассматривалась с поправкой Большева [18] в виде

$$S_K = \frac{6nD_n+1}{6\sqrt{n}}, \qquad (3)$$

где $D_n = \max(D_n^+, D_n^-)$, $D_n^+ = \max\limits_{1\le i\le n}\left\{\frac{i}{n} - F(x_i,\theta)\right\}$,

$$D_n^- = \max_{1\le i\le n}\left\{F(x_i,\theta) - \frac{i-1}{n}\right\},$$

n – объем выборки, $x_1, x_2, \ldots, x_n$ - упорядоченные по возрастанию выборочные значения. При проверке простых гипотез статистика (3) подчиняется распределению Колмогорова $K(S) = \sum\limits_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2s^2}$.

Статистика критерия ω^2 Крамера-Мизеса-Смирнова имеет вид [17]

$$S_\omega = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left\{F(x_i,\theta) - \frac{2i-1}{2n}\right\}^2, \qquad (4)$$

а статистика критерия Ω^2 Андерсона-Дарлинга [17] –

$$S_\Omega = -n - 2\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{2i-1}{2n}\ln F(x_i,\theta) + \left(1-\frac{2i-1}{2n}\right)\ln(1-F(x_i,\theta))\right\}. \qquad (5)$$

При проверке простых гипотез статистика (4) подчиняется распределению [17]

$$a1(S) = \frac{1}{\sqrt{2s}} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{\Gamma(j+1/2)\sqrt{4j+1}}{\Gamma(1/2)\Gamma(j+1)} \exp\left\{-\frac{(4j+1)^2}{16S}\right\} \times$$

$$\times \left\{ I_{-\frac{1}{4}}\left[\frac{(4j+1)^2}{16S}\right] - I_{\frac{1}{4}}\left[\frac{(4j+1)^2}{16S}\right] \right\},$$

где $I_{-\frac{1}{4}}(\cdot)$, $I_{\frac{1}{4}}(\cdot)$ - модифицированные функции Бесселя

$$I_{\nu}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{z}{2}\right)^{\nu+2k}}{\Gamma(k+1)\Gamma(k+\nu+1)}, \quad |z| < \infty, \quad |\arg z| < \pi,$$

а статистика (5) распределению [17]

$$a2(S) = \frac{\sqrt{2\pi}}{S} \sum_{j=0}^{\infty} (-1)^j \frac{\Gamma\left(j+\frac{1}{2}\right)(4j+1)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(j+1)} \exp\left\{-\frac{(4j+1)^2 \pi^2}{8S}\right\} \times$$

$$\times \int_0^{\infty} \exp\left\{\frac{S}{8(y^2+1)} - \frac{(4j+1)^2 \pi^2 y^2}{8S}\right\} dy.$$

При проверке сложных гипотез в выражения статистик (3)-(5) подставляются оценки параметров, найденные по той же выборке, по которой проверяется согласие.

В процессе исследований в соответствии с бета-распределением моделировались выборки псевдослучайных величин объемом $n = 10^3$, по которым оценивалось соответствующее количество параметров закона, и вычислялись соответствующие значения статистик. Выборки значений статистик (3)-(5) формировались объёмом $N = 10^5$, по которым в дальнейшем оценивались процентные точки распределений статистик и строились приближенные модели, аппроксимирующие предельные законы.

Как упоминалось выше, распределения статистик непараметрических критериев при проверке сложных гипотез относительно бета распределений существенно зависят от оцениваемых параметров и от конкретных значений параметров формы. Рис. 1, например, иллюстрирует изменение распределений статистики (3) Колмогорова в зависимости от количества оцененных параметров $B_{II}(\theta_0, \theta_1)$-распределения: одного из параметров формы θ_0 или θ_1; двух параметров формы θ_0 и θ_1; трех параметров θ_0, θ_1 и θ_2. Распределения $G(S_K|H_0)$ статистики (3) показаны для случая θ_0=10 и θ_1=10. На рисунке для сравнения приведено распределение Колмогорова $K(S)$, являющееся предельным в случае проверки простых гипотез.

Рисунки 2 и 3 показывают изменение распределений статистик (4) и (5) в зависимости от значений параметров θ_0 и θ_1 $B_I(\theta_0, \theta_1)$-распределения при оценивании двух или одного из параметров θ_0, θ_1. При значениях θ_0 и θ_1 > 10 распределения $G(S_\omega|H_0)$ статистики (4) и $G(S_\Omega|H_0)$

статистики (5) практически перестают меняться. Это же характерно для распределений статистики (3).

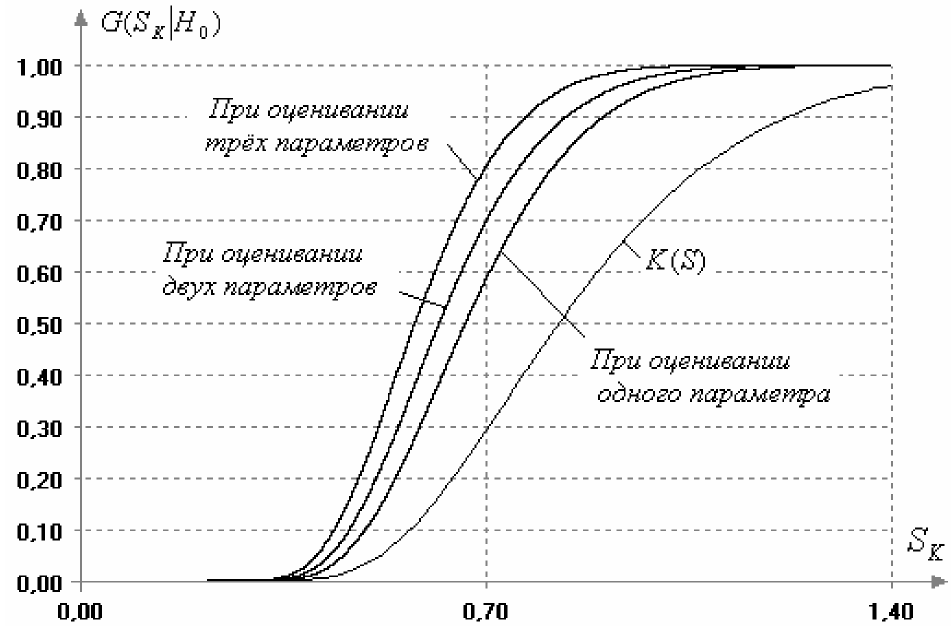

Рис. 1. Зависимость распределений статистики (3) Колмогорова от числа оцененных параметров $B_{II}(\theta_0, \theta_1)$-распределения (при оценивании: θ_0 или θ_1; θ_0 и θ_1; θ_0, θ_1 и θ_2) для $\theta_0 = \theta_1 = 10$.

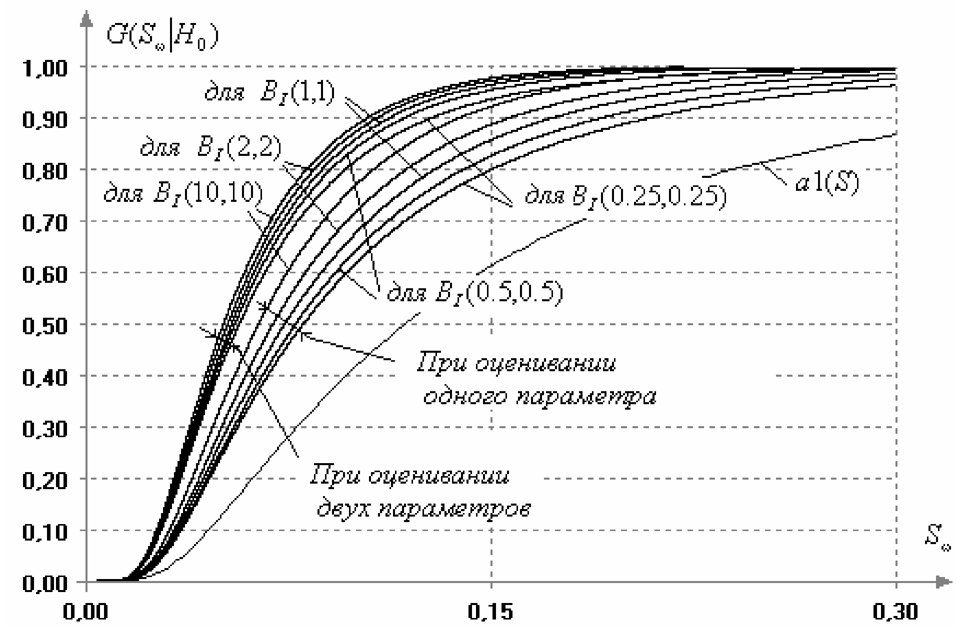

Рис. 2. Зависимость распределений статистики (4) Крамера-Мизеса-Смирнова от значений параметров θ_0 и θ_1 $B_I(\theta_0, \theta_1)$-распределения (при оценивании двух или одного из параметров θ_0, θ_1)

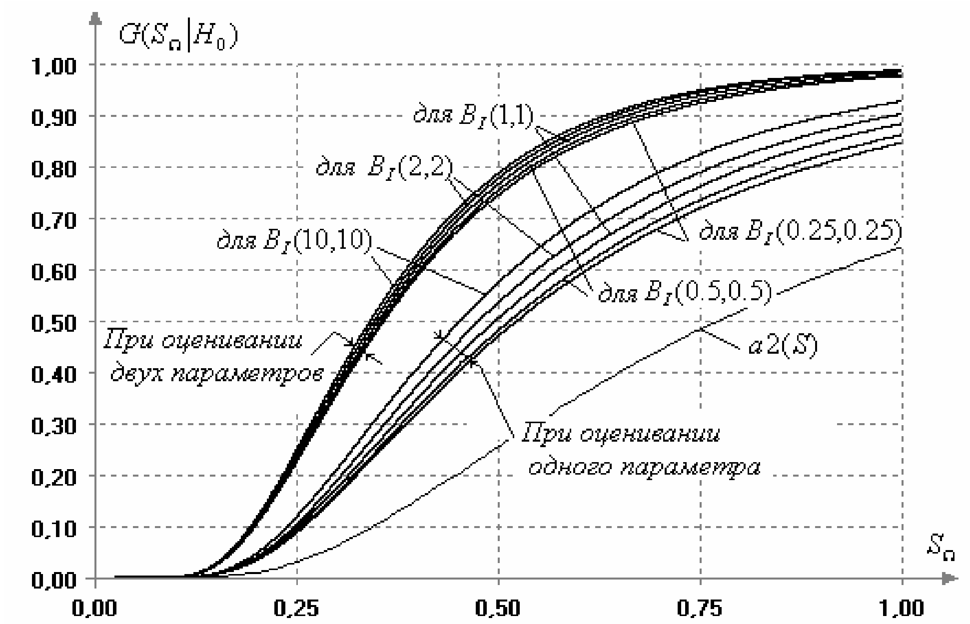

Рис. 3. Зависимость распределений статистики Андерсона-Дарлинга (5) от значений параметров θ_0 и θ_1 $B_I(\theta_0,\theta_1)$-распределения (при оценивании двух или одного из параметров θ_0, θ_1)

Следует подчеркнуть, что в случае проверки гипотез о согласии с $B_{II}(\theta_0,\theta_1)$-распределениями для статистик (3)-(5) имеем те же распределения $G(S|H_0)$, что и для $B_I(\theta_0,\theta_1)$-распределений.

Распределения $G(S|H_0)$ статистик (3) Колмогорова, (4) Крамера-Мизеса-Смирнова и (5) Андерсона-Дарлинга, как правило, хорошо аппроксимируются одним из следующих семейств распределений: гамма-распределениями с функцией плотности

$$\gamma(\theta_0,\theta_1,\theta_2)=\frac{1}{\theta_1^{\theta_0}\Gamma(\theta_0)}\left(x-\theta_2\right)^{\theta_0-1}e^{-(x-\theta_2)/\theta_1};$$

распределениями *Sb*-Джонсона с плотностью

$$Sb(\theta_0,\theta_1,\theta_2,\theta_3)=\frac{\theta_1\theta_2}{(x-\theta_3)(\theta_2+\theta_3-x)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0-\theta_1\ln\frac{x-\theta_3}{\theta_2+\theta_3-x}\right]^2\right\};$$

распределениями *Sl*-Джонсона с плотностью

$$Sl(\theta_0,\theta_1,\theta_2,\theta_3)=\frac{\theta_1}{\sqrt{2\pi}\left(x-\theta_3\right)}\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\theta_0+\theta_1\ln\frac{x-\theta_3}{\theta_2}\right]^2\right\};$$

бета-распределениями III-го рода с плотностью

$$B_{III}(\theta_0,\theta_1,\theta_2,\theta_3,\theta_4)=\frac{\theta_2^{\theta_0}}{\theta_3 \mathrm{B}(\theta_0,\theta_1)}\frac{\left(\frac{(x-\theta_4)}{\theta_3}\right)^{\theta_0-1}\left(1-\frac{(x-\theta_4)}{\theta_3}\right)^{\theta_1-1}}{\left(1+(\theta_2-1)\frac{(x-\theta_4)}{\theta_3}\right)^{\theta_0+\theta_1}},$$

где параметры формы $\theta_0,\theta_1,\theta_2 \in (0,\infty)$, масштабный параметр $\theta_3 \in (0,\infty)$, $x \in [\theta_4, \theta_4+\theta_3]$.

В настоящей работе получены таблицы процентных точек и модели распределений статистик для непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез относительно бета-распределений I-го и II-го рода при использовании оценок максимального правдоподобия (ОМП). Часть результатов представлена в таблицах 1-3.

Интересно, что при оценивании 2-х параметров формы с ростом значений одного из них зависимость от значений этого параметра практически исчезает. Например, при $\theta_0=1$ и росте значений θ_1 от 2 и выше хорошей моделью распределения $G(S_K|H_0)$ статистики (3) Колмогорова является гамма-распределение γ(6,2541;0,0622;0,2640), для распределения $G(S_\Omega|H_0)$ статистики (5) Андерсона-Дарлинга – распределение *Sl*-Джонсона *Sl*(0,8373;1,8500;0,4800;0,0450). В этой же ситуации распределение $G(S_\omega|H_0)$ статистики (4) Крамера-Мизеса-Смирнова хорошо аппроксимируется смесью законов *Sl*-Джонсона и нормального –

0,945×*Sl*(2,1117;1,5484;0,1740;0,0075)+0,055×*N*(0,0870;0,0297).

Результаты, приводимые в таблицах 1-3, можно использовать при проверке сложных гипотез относительно бета-распределений III-го рода при оценивании только параметров θ_0 и θ_1 этого закона.

Заключение

В работе проведены исследования распределений статистик непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез относительно семейств бета-распределений I-го и II-го рода. Получены таблицы процентных точек и построены модели распределений статистик для множества конкретных значений 2-х параметров формы бета-распределений (в общей сложности более 1500 моделей). Полностью таблицы процентных точек и построенные модели представлены в [19].

Результатами, приводимыми в данной статье и в [19], можно пользоваться в случае, если при сложной проверяемой гипотезе оценки параметров находятся с использованием метода максимального правдоподобия. Применение данных таблиц и моделей в случае использования других методов оценивания будет некорректным, так как распределения статистик непараметрических критериев согласия существенно зависят от метода оценивания параметров [1, 13].

Если при сложной проверяемой гипотезе оценки параметров находятся по некоторой другой выборке, то ситуация не отличается от классической. Тогда в качестве предельных распределений статистик (3), (4) и (5) следует использовать распределения $K(S)$, $a1(S)$ и $a2(S)$ соответственно.

Таблица 1.

Процентные точки и распределения статистики (3) Колмогорова при проверке сложных гипотез и вычислении ОМП одного или двух параметров формы бета-распределений I-го и II-го рода

При оценивании одного из параметров θ_0 или θ_1					
θ_0	θ_1	Процентные точки			Модель распределения статистики
		0.9	0.95	0.99	
0.25	0.25	1.058	1.170	1.398	B_{III}(6.8597;5.1140;4.5522;1.9581;0.2803)
0.5	0.5	1.030	1.135	1.348	B_{III}(6.6547;5.0791;4.0459;1.7722;0.2827)
0.75	0.75	1.010	1.113	1.314	B_{III}(6.3949;5.6417;3.5771;1.7799;0.2833)
1	1	0.994	1.091	1.289	B_{III}(7.3246;5.4328;4.0112;1.7102;0.2702)
2	2	0.957	1.046	1.233	B_{III}(5.9642;5.6154;2.9990;1.5292;0.2885)
3	3	0.939	1.025	1.202	B_{III}(8.3807;5.1719;4.1359;1.4690;0.2601)
4	4	0.928	1.012	1.181	B_{III}(7.2512;4.8654;3.6112;1.3522;0.2748)
5	5	0.921	1.004	1.171	B_{III}(6.5326;5.3666;3.1539;1.3856;0.2838)
6	6	0.915	0.997	1.161	B_{III}(7.6098;5.6551;3.4763;1.4386;0.2652)
7	7	0.912	0.993	1.155	B_{III}(5.1333;5.9954;2.3336;1.3716;0.3032)
8	8	0.909	0.988	1.150	B_{III}(6.4544;5.9324;2.8642;1.4047;0.2798)
9	9	0.907	0.986	1.142	B_{III}(6.2320;5.8571;2.7868;1.3812;0.2839)
10	10	0.905	0.984	1.142	B_{III}(8.0358;5.2786;3.6801;1.3578;0.2615)
При оценивании двух параметров θ_0 и θ_1					
θ_0	θ_1	Процентные точки			Модель распределения статистики
		0.9	0.95	0.99	
0.25	0.25	0.911	1.004	1.208	B_{III}(6.2931;6.1562;3.7837;1.7288;0.2826)
0.5	0.5	0.887	0.970	1.141	γ (5.7078;0.0687;0.2744;)
0.75	0.75	0.877	0.957	1.122	B_{III}(8.7698;5.4387;4.4166;1.4233;0.2515)
1	1	0.869	0.948	1.110	γ(6.0588;0.0641;0.2695;)
2	2	0.854	0.929	1.083	B_{III}(6.9450;5.6772;3.3264;1.3184;0.2709)
3	3	0.849	0.924	1.076	B_{III}(8.0883;5.3028;3.9525;1.2880;0.2608)
4	4	0.846	0.921	1.071	B_{III}(7.1541;5.9954;3.3447;1.3508;0.2664)
5	5	0.844	0.918	1.069	B_{III}(6.4824;5.5411;3.0032;1.2364;0.2748)
6	6	0.843	0.916	1.067	B_{III}(6.0438;6.1303;2.7738;1.3066;0.2798)
7	7	0.840	0.916	1.066	B_{III}(6.4246;5.7070;2.9437;1.2503;0.2744)
8	8	0.841	0.914	1.066	B_{III}(7.3916;5.4188;3.5829;1.2627;0.2683)
9	9	0.840	0.913	1.064	B_{III}(7.5935;6.2434;3.4384;1.3711;0.2602)
10	10	0.840	0.913	1.062	B_{III}(7.3966;5.7184;3.5120;1.3084;0.2651)

Таблица 2.

Процентные точки и распределения статистики (4) Крамера-Мизеса-Смирнова при проверке сложных гипотез и вычислении ОМП одного или двух параметров формы бета-распределений I-го и II-го рода

При оценивании одного из параметров θ_0 или θ_1					
θ_0	θ_1	Процентные точки			Модель распределения статистики
		0.9	0.95	0.99	
0.25	0.25	0.210	0.273	0.433	B_{III}(4.143;2.689;42.948;1.988;0.009)
0.5	0.5	0.192	0.247	0.384	B_{III}(4.352;2.723;29.754;1.286;0.009)
0.75	0.75	0.182	0.232	0.357	B_{III}(4.440;2.556;20.019;0.790;0.009)
1	1	0.174	0.221	0.334	B_{III}(4.223;3.025;19.991;0.974;0.009)
2	2	0.158	0.197	0.294	B_{III}(5.319;2.744;22.232;0.714;0.009)
3	3	0.150	0.187	0.276	B_{III}(4.244;3.346;15.550;0.768;0.009)
4	4	0.147	0.182	0.265	B_{III}(4.657;3.144;14.774;0.623;0.008)
5	5	0.144	0.179	0.260	B_{III}(3.950;3.532;13.323;0.725;0.010)
6	6	0.142	0.177	0.255	B_{III}(4.087;3.376;12.456;0.627;0.009)
7	7	0.142	0.175	0.251	B_{III}(3.710;3.568;11.878;0.681;0.010)
8	8	0.140	0.173	0.250	B_{III}(3.884;3.392;11.710;0.611;0.010)
9	9	0.140	0.173	0.250	B_{III}(4.419;3.353;14.121;0.641;0.009)
10	10	0.139	0.172	0.249	B_{III}(4.277;3.450;13.006;0.631;0.009)
При оценивании двух параметров θ_0 и θ_1					
θ_0	θ_1	Процентные точки			Модель распределения статистики
		0.9	0.95	0.99	
0.25	0.25	0.129	0.165	0.267	B_{III}(4.017;3.864;28.496;1.380;0.009)
0.5	0.5	0.119	0.148	0.217	B_{III}(5.619;3.214;19.551;0.561;0.007)
0.75	0.75	0.116	0.143	0.209	B_{III}(4.392;3.703;15.289;0.632;0.009)
1	1	0.113	0.139	0.201	B_{III}(4.878;3.391;12.997;0.453;0.008)
2	2	0.109	0.132	0.190	B_{III}(4.274;3.912;11.443;0.505;0.009)
3	3	0.107	0.131	0.187	B_{III}(4.432;3.890;12.071;0.503;0.009)
4	4	0.107	0.130	0.186	B_{III}(4.626;3.442;10.879;0.388;0.008)
5	5	0.106	0.129	0.182	B_{III}(5.187;3.435;12.058;0.388;0.007)
6	6	0.106	0.129	0.182	B_{III}(4.550;3.598;11.115;0.417;0.008)
7	7	0.105	0.128	0.182	B_{III}(4.784;3.556;11.311;0.402;0.008)
8	8	0.105	0.128	0.182	B_{III}(4.317;3.406;10.160;0.374;0.009)
9	9	0.105	0.128	0.181	B_{III}(4.426;3.789;11.165;0.449;0.008)
10	10	0.105	0.127	0.180	B_{III}(5.929;3.738;15.611;0.478;0.006)

Таблица 3.

Процентные точки и распределения статистики (5) Андерсона-Дарлинга при проверке сложных гипотез и вычислении ОМП одного или двух параметров формы бета-распределений I-го и II-го рода

При оценивании одного из параметров θ_0 или θ_1					
θ_0	θ_1	Процентные точки			Модель распределения статистики
		0.9	0.95	0.99	
0.25	0.25	1.185	1.501	2.271	B_{III}(4.7998;3.0039;23.1645;6.6020;0.0822)
0.5	0.5	1.131	1.425	2.137	B_{III}(4.9816;3.3050;22.1179;6.6710;0.0762)
0.75	0.75	1.093	1.362	2.025	B_{III}(5.5470;2.9940;19.1035;4.6460;0.0741)
1	1	1.060	1.311	1.934	B_{III}(4.5154;3.5339;15.5727;5.3919;0.0818)
2	2	0.991	1.219	1.776	B_{III}(4.9038;3.2305;13.9134;3.8897;0.0827)
3	3	0.958	1.179	1.707	B_{III}(4.6551;3.7018;13.4390;4.4449;0.0820)
4	4	0.945	1.155	1.652	B_{III}(5.4124;3.6231;14.5538;4.1091;0.0719)
5	5	0.935	1.142	1.638	B_{III}(4.9905;3.7778;13.6025;4.2775;0.0759)
6	6	0.927	1.132	1.619	B_{III}(4.9358;3.7760;13.3678;4.2059;0.0776)
7	7	0.923	1.126	1.600	B_{III}(4.3926;3.8138;11.7944;4.1217;0.0870)
8	8	0.918	1.120	1.589	B_{III}(5.0646;3.7081;12.8357;3.8722;0.0760)
9	9	0.916	1.115	1.588	B_{III}(4.5928;3.6144;11.2996;3.6085;0.0834)
10	10	0.912	1.113	1.587	B_{III}(4.9414;3.8613;12.9902;4.1448;0.0759)
При оценивании двух параметров θ_0 и θ_1					
θ_0	θ_1	Процентные точки			Модель распределения статистики
		0.9	0.95	0.99	
0.25	0.25	0.696	0.844	1.201	B_{III}(5.6142;3.8769;13.8704;2.9981;0.0687)
0.5	0.5	0.680	0.823	1.163	B_{III}(6.7982;3.7476;15.9038;2.7538;0.0634)
0.75	0.75	0.671	0.809	1.144	B_{III}(5.6255;4.4234;12.9940;3.1863;0.0661)
1	1	0.662	0.797	1.107	B_{III}(6.0913;3.8879;11.6826;2.3628;0.0653)
2	2	0.647	0.772	1.072	B_{III}(5.1445;4.4750;9.8938;2.6415;0.0704)
3	3	0.644	0.766	1.063	B_{III}(5.2646;4.4997;10.4705;2.7149;0.0701)
4	4	0.641	0.765	1.058	B_{III}(5.6445;3.8763;9.6984;2.0719;0.0678)
5	5	0.637	0.762	1.052	B_{III}(7.1551;3.8144;12.1629;2.0749;0.0567)
6	6	0.639	0.761	1.050	B_{III}(5.7710;4.1758;10.8466;2.4035;0.0660)
7	7	0.636	0.760	1.049	B_{III}(4.6915;4.0848;8.0924;2.1196;0.0777)
8	8	0.636	0.760	1.048	B_{III}(5.6450;3.8687;10.1194;2.1099;0.0700)
9	9	0.636	0.759	1.047	B_{III}(5.5236;4.1458;9.8416;2.2648;0.0678)
10	10	0.635	0.759	1.046	B_{III}(6.7183;4.3985;12.6458;2.6038;0.0556)

ЛИТЕРАТУРА

[1] **Р 50.1.037-2002.** Рекомендации по стандартизации. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Часть II. Непараметрические критерии. – М.: Изд-во стандартов,2002. – 64 с.

[2] **Kac M., Kiefer J., Wolfowitz J.** On Tests of Normality and Other Tests of Goodness of Fit Based on Distance Methods // Ann. Math. Stat. – 1955. – V.26. – P.189-211.

[3] **Durbin J.** Kolmogorov–Smirnov Test when Parameters are Estimated // Lect. Notes Math. – 1976. – V. 566. – P. 33–44.

[4] **Мартынов Г.В.** Критерии омега–квадрат. – М.: Наука, 1978. – 80 с.

[5] **Pearson E.S., Hartley H.O.** Biometrica Tables for Statistics. V.2. – Cambridge: University Press, 1972. – 634 p.

[6] **Stephens M.A.** Use of Kolmogorov–Smirnov, Cramer – von Mises and Related Statistics – Without Extensive Table // J. R. Stat. Soc. – 1970. – B. 32. – P. 115-122.

[7] **Stephens M.A.** EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons // J. Am. Statist. Assoc. – 1974. – V.69. – P. 730-737.

[8] **Chandra M., Singpurwalla N.D., Stephens M.A.** Statistics for Test of Fit for the Extrem–Value and Weibull Distribution // J. Am. Statist. Assoc. – 1981. – V.76. – P. 375.

[9] **Тюрин Ю.Н.** О предельном распределении статистик Колмогорова–Смирнова для сложной гипотезы // Изв. АН СССР. Сер. Матем. – 1984. – Т. 48. – № 6. – С. 1314-1343.

[10] **Тюрин Ю.Н., Саввушкина Н.Е.** Критерии согласия для распределения Вейбулла–Гнеденко. // Изв. АН СССР. Сер. Техн. Кибернетика. – 1984. – № 3. – С. 109-112.

[11] **Саввушкина Н.Е.** Критерий Колмогорова-Смирнова для логистического и гамма–распределения // Сб. тр. ВНИИ систем. исслед. – 1990, № 8. – С.50-56.

[12] **Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н.** О распределениях статистик непараметрических критериев согласия при оценивании по выборкам параметров наблюдаемых законов // Заводская лаборатория. 1998. Т. 64. № 3. – С.61-72.

[13] **Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н.** О зависимости распределений статистик непараметрических критериев и их мощности от метода оценивания параметров // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2001. – Т. 67. – № 7.

[14] **Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н.** Применение непараметрических критериев согласия при проверке сложных гипотез // Автометрия. 2001. № 2. – С.88-102.

[15] **Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н.** Непараметрические критерии при проверке сложных гипотез о согласии с распределениями Джонсона // Доклады СО АН ВШ. 2002. – № 1(5). – С.65-74.

[16] **Лемешко Б.Ю., Маклаков А.А.** Непараметрические критерии при проверке сложных гипотез о согласии с распределениями экспоненциального семейства // Автометрия. 2004. №3. - С. 3-20.

[17] **Большев Л.Н., Смирнов Н.В.** Таблицы математической статистики. – М.: Наука, 1983. – 416 с.

[18] **Большев Л.Н.** Асимптотические пирсоновские преобразования // Теория вероятностей и ее применения. 1963. – Т. 8. – № 2. – С. 129-155.

[19] **Лемешко С.Б.** Расширение прикладных возможностей некоторых классических методов математической статистики. – Диссертация … канд. тех. наук: 05.13.17. – Защищена 16.05.07. – Новосибирск: 2007. – 306 с.

B.Yu. Lemeshko, S.B. Lemeshko

STATISTIC DISTRIBUTIONS OF THE NONPARAMETRIC GOODNESS-OF-FIT TESTS IN TESTING HYPOTHESES RELATIVE TO BETA-DISTRIBUTIONS

The paper considers composite hypotheses testing relative to the beta-distributions of the I, II and III type. In case of estimating of law parameters, according to the same simple statistic distributions of the nonparametric goodness-of-fit tests depend on the specific values of the beta-distributions of the I, II and III type form parameters. Distribution models and tables of the percentage points of the Kolmogorov, the Cramer-Mises-Smirnov, the Anderson-Darling statistics are constructed for different value combinations of two beta-distributions form parameters (depending on the type and number of parameters estimated).

Keywords: goodness-of-fit test, composite hypotheses testing, Kolmogorov test, Cramer-Mises-Smirnov test, Anderson-Darling test

Новосибирский государственный технический университет	*Статья поступила 13 августа 2007 г.*