

Исследование распределений и мощности критерия Никулина

Б.Ю. Лемешко, Е.В. Чимитова

НГТУ, Новосибирск

E-mail: headrd@first.nstu.ru Тел. (383-2) 46-37-54

В статье [1] и последующих работах М.С. Никулиным предлагается такое видоизменение стандартной статистики X_n^2 критерия Пирсона, при котором предельное распределение новой статистики при проверке сложных гипотез и оценивании параметров распределения $F(x, \theta)$ по негруппированным данным методом максимального правдоподобия представляет собой обычное распределение χ_{k-1}^2 . При этом вектор вероятностей попадания в интервал $p = (p_1, \dots, p_k)^T$ предполагается заданным и граничные точки интервалов определяются соотношениями $x_i(\theta) = F^{-1}(p_1 + \dots + p_i)$, $i = \overline{1, (k-1)}$. Предложенная статистика [1] имеет вид $Y_n^2(\theta) = X_n^2 + n^{-1}a^T(\theta)\Lambda(\theta)a(\theta)$, где X_n^2 – статистика критерия χ^2 Пирсона. Матрица $\Lambda(\theta)$ для законов с параметром сдвига θ_1 и масштаба θ_2 с функцией распределения $F(t)$, плотности $f(t)/\theta_2$, где $t = (x - \theta_1)/\theta_2$, имеет вид $\Lambda(\theta) = [\mathbf{J}(\theta) - \mathbf{J}_\Gamma(\theta)]^{-1}$, где $\mathbf{J}(\theta)$ – информационная матрица Фишера, $\mathbf{J}_\Gamma(\theta)$ – информационная матрица по группированным наблюдениям. $a(\theta_l) = w_{\theta_{1l}}n_1 / p_1 + \dots + w_{\theta_{lk}}n_k / p_k$ – элементы вектора $a(\theta)$, $w_{\theta_{1i}} = \frac{1}{\theta_2}(-f(t_i) + f(t_{i-1}))$, $w_{\theta_{2i}} = \frac{1}{\theta_2}(-t_i f(t_i) + t_{i-1} f(t_{i-1}))$.

В данной работе с использованием развиваемой методики компьютерного анализа статистических закономерностей исследуются предельные распределения $G(Y_n^2 | H_0)$ и $G(Y_n^2 | H_1)$ при различных комбинациях гипотез H_0 и H_1 , соответствующих различным законам распределения. Исследуется мощность предложенного критерия при асимптотически оптимальном [2] и равновероятном группировании. Проводится сравнение мощности критерия Никулина в случае близких конкурирующих альтернатив с мощностью критериев χ^2 Пирсона, Колмогорова, ω^2 Мизеса. Показывается, что мощность критерия при различении близких альтернатив, по крайней мере, не ниже мощности критерия Пирсона. Рекомендуется применение статистики Y_n^2 в задачах статистического анализа и особенно в разрабатываемом программном обеспечении.

1. Никулин М.С. О критерии хи-квадрат для непрерывных распределений / Теория вероятностей и ее применение. 1973. Т. XVIII. № 3. С.675-676.
2. Лемешко Б.Ю. Асимптотически оптимальное группирование наблюдений в критериях согласия / Заводская лаборатория. 1998. Т. 64. – №1. – С.56-64.