МАТЕРИАЛЫ МЕЖДУНАРОДНОЙ НТК "ИНФОРМАТИКА И ПРОБЛЕМЫ ТЕЛЕКОММУНИКАЦИЙ". - НОВОСИБИРСК, 2001. - С. 77-78.

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ОПТИМАЛЬНЫХ *L*-ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ СДВИГА И МАСШТАБА ПО ВЫБОРОЧНЫМ КВАНТИЛЯМ[1]

Лемешко Б.Ю., Чимитова Е.В.
НГТУ, Новосибирск
E-mail: headrd@fpm.ami.nstu.ru Тел. (383-2) 46-37-54

В [1] для законов распределений, определяемых только параметрами сдвига и масштаба, с плотностями $f\left((x-\mu)/\sigma\right)/\sigma$ и функциями распределения $F\left((x-\mu)/\sigma\right)$ методом наименьших квадратов получены линейные несмещенные оценки (*L*-оценки) параметров μ и σ, в основе которых лежат значения выборочных квантилей $\hat{x}_{(i)}$ таких, что $F\left((x_{(i)}-\mu)/\sigma\right)=F(t_i)$, $P_i=F(t_i)-F(t_{i-1})$. *L*-оценки асимптотически эффективны [1]. Асимптотическая дисперсия вектора оценок определяется соотношением $D(\theta)=n^{-1}\mathbf{J}_{\Gamma}^{-1}(\theta)$, где $\theta=(\mu,\sigma)^{\mathrm{T}}$ и $\mathbf{J}(\theta)$ – информационная матрица Фишера по группированным наблюдениям.

При фиксированных квантилях t_i стандартных распределений (с $\mu=0$ и $\sigma=1$) и соответствующих P_i такие *L*-оценки могут быть представлены в виде линейных комбинаций от выборочных квантилей $\hat{x}_{(i)}$ [2]:

$$\tilde{\mu}=\alpha_0\sigma+\sum_{i=1}^{k-1}\alpha_i x_{(i)} \text{ при известном } \sigma;$$

$$\tilde{\sigma}=\beta_0\mu+\sum_{i=1}^{k-1}\beta_i x_{(i)} \text{ при известном } \mu;$$

$$\tilde{\mu}=\sum_{i=1}^{k-1}\gamma_i x_{(i)},\ \ \tilde{\sigma}=\sum_{i=1}^{k-1}\upsilon_i x_{(i)} \text{ при оценивании двух параметров.}$$

Выборочные квантили $\hat{x}_{(i)}$ находятся по упорядоченной выборке при разбиении ее на части пропорционально P_i. Значения коэффициентов $\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\upsilon_i$ зависят от выбора t_i. В [2] выбор t_i предложено осуществлять с использованием решения задачи асимптотически оптимального группирования [3], которое обеспечивает минимум асимптотической дисперсии *L*-оценок. Одновременно были построены таблицы коэффициентов для вычисления оптимальных *L*-оценок. Таблицы асимптотически оптимального группирования (58 таблиц), содержащие значения t_i и P_i, представлены в [3,4]. Эти таблицы и таблицы коэффициентов $\alpha_i,\beta_i,\gamma_i,\upsilon_i$ для построения оптимальных *L*-оценок (64 таблицы) доступны на WEB-странице по адресу http://www.ami.nstu.ru/~headrd.

---

[1] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 00-01-00913)

В данной работе методами компьютерного моделирования исследованы статистические свойства оптимальных L-оценок при различном числе используемых квантилей и различных объемах выборок. Показано, как с увеличением числа используемых квантилей до определенной величины, связанной с объемом выборки и величинами P_i, происходит увеличение точности оценивания. Исследовано возможное смещение L-оценок в зависимости от способа оценивания выборочной квантили $\hat{x}_{(i)}$, приводятся рекомендации по определению $\hat{x}_{(i)}$. Показано, что оптимальные L-оценки при ограниченных объемах выборок по точности практически не уступают оценкам максимального правдоподобия (ОМП) по группированным данным (когда в последних также используется асимптотически оптимальное группирование). При больших объемах выборок свойства оценок идентичны. При этом в отличие от ОМП по группированным наблюдениям, процедура вычисления L-оценок чрезвычайно проста. Простота вычислений является громадным достоинством таких оценок: самым сложным этапом процедуры вычисления L-оценок оказывается сортировка выборки по возрастанию. С ростом объема выборки это преимущество только увеличивается. Эти оценки робастны, они не чувствительны к аномально большим и малым ошибкам измерений. Следовательно, применение L-оценок эффективно в параметрических процедурах отбраковки аномальных наблюдений [5].

Исследование распределений статистики критерия согласия χ^2 Пирсона при проверке сложных гипотез с использованием оптимальных L-оценок показало, что эти распределения при верной нулевой гипотезе хорошо согласуются с соответствующими χ^2-распределениями. Таким образом, ***в качестве предельных законов статистики критерия согласия χ^2 Пирсона могут применяться χ^2_{k-r-1}-распределения,*** где r – число оцененных параметров, не только в случае использования оценок по методу минимума статистики χ^2 и ОМП по группированным наблюдениям, но и ***при использовании оптимальных L-оценок.***

1. Сархан А.Е., Гринберг Б.Г. Введение в теорию порядковых статистик. – М.: Статистика, 1970. – 414 с.
2. Лемешко Б.Ю. Оптимальные оценки параметров сдвига и масштаба по выборочным квантилям для больших выборок // Тр. 3-й МНТК “Актуальные проблемы электронного приборостроения АПЭП-96”. – Новосибирск, 1996. – Т. 6. – Ч.1. – С.37-44.
3. Денисов В.И., Лемешко Б.Ю., Цой Е.Б. Оптимальное группирование, оценка параметров и планирование регрессионных экспериментов. В 2-х ч. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1993. – 347 с.
4. Лемешко Б.Ю., Постовалов С.Н. Прикладная статистика. Правила проверки согласия опытного распределения с теоретическим. Методические рекомендации. Часть II. Непараметрические критерии. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 1999. – 85 с.
5. Лемешко Б.Ю. Робастные методы оценивания и отбраковка аномальных измерений // Заводская лаборатория. – 1997. – Т.63. – № 5. – С. 43-49.