Материалы международной НТК "Информатика и проблемы телекоммуникаций". - Новосибирск, 2002. - С. 121-122.

Один подход к моделированию псевдослучайных векторов с “заданными” числовыми характеристиками по законам, отличным от нормального[1]

Лемешко Б.Ю., Помадин С.С.
НГТУ, г. Новосибирск, e-mail: ser@fpm.ami.nstu.ru

Подход к моделированию случайных векторов $\overline{X}$ размерности m, распределенных по закону, отличному от нормального, с заданными математическим ожиданием $\overline{M}$ и ковариационной матрицей Σ базируется на алгоритме, описанном в [1]. Однако используемая в алгоритме совокупность одномерных случайных величин $\{Z_i\}$, $i=\overline{1,m}$, формируется не по стандартному нормальному закону, а в соответствии с одним из законов с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. В этом случае на выходе алгоритма получаем некоторый многомерный закон, отличающийся от нормального, с известным математическим ожиданием и *неизвестной* ковариационной матрицей.

Для моделирования различных совокупностей $\{Z_i\}$, $i=\overline{1,m}$, предложено использовать экспоненциальное семейство распределений с плотностью

$$f(x)=\frac{\lambda}{2\sqrt{2}\theta_1\Gamma(1/\lambda)}\exp\left(-\left(\frac{|x-\theta_0|}{\sqrt{2}\theta_1}\right)^{\lambda}\right),$$

где λ – параметр формы, так как оно охватывает целый класс симметричных распределений. Частными случаями его являются распределение Лапласа ($\lambda = 1$), нормальное ($\lambda = 2$), предельными случаями – распределение Коши ($\lambda \to 0$) и равномерное ($\lambda \to +\infty$). С помощью параметра λ можно регулировать “удаление” генерируемого многомерного закона от нормального, делая его более плосковершинным по сравнению с нормальным при $\lambda > 2$ и более островершинным при $0 < \lambda < 2$.

К сожалению, мы не можем моделировать многомерный закон с заданными $\overline{M}$ и Σ, на “заданном”, определяемом в смысле некоторой меры, расстоянии от нормального. Но мы можем генерировать последовательности многомерных величин по закону, отличающемуся от нормального (в соответствии с процессом моделирования), с известным вектором математических ожиданий $\overline{M}$ и с ковариационной матрицей, определяемой на основании исследования свойств полученного многомерного датчика (при исходных $\overline{M}$, Σ и λ). В качестве “истинной” ковариационной матрицы моделируемого закона могут использоваться ее оценки максимального правдоподобия $\hat{\Sigma}$ по большим выборкам, усредняемые по множеству экспериментов. Такая процедура моделирования позволяет получать выборки псевдослучайных векторов по законам, “плавно удаляющимся” от нормального.

---

[1] Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 00-01-00913)

1. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Статистическое моделирование. – Москва: Наука, 1982. – с. 296.