

О ВАЖНОСТИ ВЫБОРА ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СИСТЕМ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ¹

Курлаев С.А., Лемешко Б.Ю.
НГТУ, Новосибирск
E-mail: kurlaev@ngs.ru

Во многих отраслях человеческой деятельности встречаются системы, которые могут быть описаны моделями теории массового обслуживания. Необходимость изучения систем массового обслуживания возникает при исследовании различных процессов и систем, при проектировании новых или усовершенствовании существующих технологических производств с целью оценки их эффективности и улучшения работы.

Задача исследования систем массового обслуживания может решаться теоретически. Результатами такого исследования являются значения математических ожиданий различных параметров системы, закон распределения случайной величины, описывающей выходной поток. Однако теоретическое решение данной задачи для сложных систем массового обслуживания получить весьма затруднительно. Поэтому возникает необходимость поиска иных способов решения обозначенной проблемы.

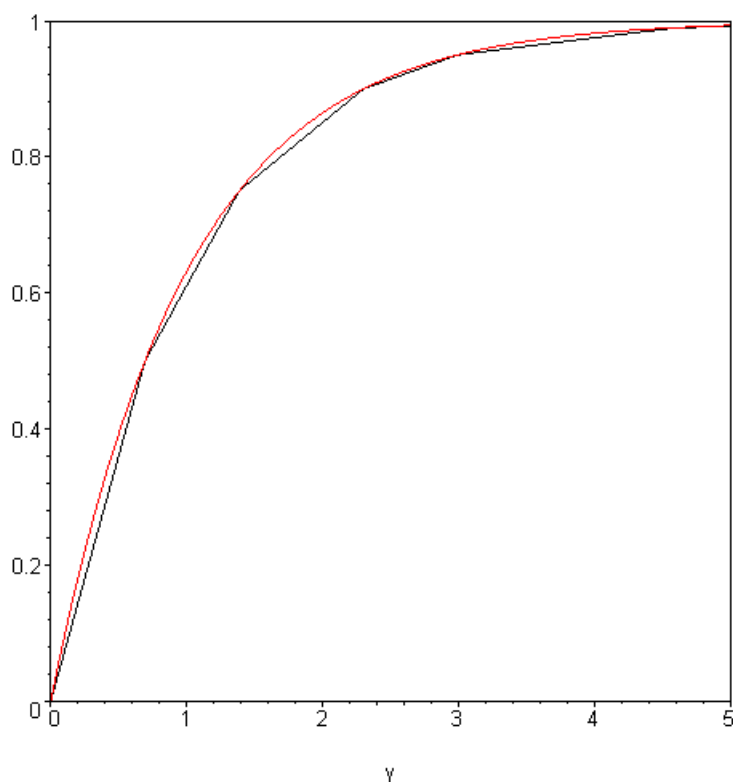
Другим способом решения таких задач является имитационное моделирование. Этот способ исследования позволяет изучить работу системы, не находя теоретического решения. В настоящее время одним из наиболее распространённых языков имитационного моделирования различных систем является язык GPSS, разработанный в 60-х годах 20 века. Существующие интерпретаторы для языка GPSS, например, такие, как GPSS World, GPSS PC и другие, позволяют моделировать достаточно сложные системы в любых областях науки и техники.

Модели систем массового обслуживания описываются входными и выходными потоками случайных событий и системой обслуживания, обрабатывающей их в соответствии с характеристиками. Параметры входного потока и системы обслуживания являются случайными величинами, подчиняющимися различным законам распределения. Во многом адекватность рассматриваемой модели реальной системе определяется выбором статистических законов распределения, описывающих параметры системы. Поэтому при моделировании крайне важно задавать законы распределения случайных величин, согласующиеся с данными.

В существующих интерпретаторах реализовано ограниченное количество законов распределений, кроме того, нет возможности из имеющихся законов путём комбинирования получать смеси распределений. Например, в системе GPSS/PC реализован только 1 закон распределения – равномерный. Поэтому при необходимости описать случайную величину, подчиняющуюся другому за-

¹ Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 06-01-00059)

кону распределения, нужно “вручную” задавать функцию плотности этого закона, определив GPSS-функцию типа C. Являясь кусочно-линейной, эта функция аппроксимирует точную функцию распределения. Например, функция экспоненциального распределения вида $f(x) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{(x-\mu)}{\lambda}}$ с параметрами $\lambda = 1$ и $\mu = 0$ может быть грубо (для наглядности) аппроксимирована следующим образом:



На рисунке приведены теоретическая функция распределения для экспоненциального закона и её достаточно грубая аппроксимация. При увеличении числа точек аппроксимация функции распределения улучшается, но всё равно отличается от теоретической.

Для данного примера определяющая экспоненциальный закон распределения функция может быть задана с помощью следующей команды:

```
func1    function    rn1, c7
0,0/0.5,0.69/0.75,1.39/0.9,2.30/0.95,3.00/0.99,4.61/0.999,6.91
```

Далее в тексте модели генерация реализации моделируемой случайной величины для задержки при обслуживании заявки может быть записана следующим блоком:

```
advance  5, fn$func1
```

С помощью описанных блоков и команд GPSS/PC позволяет использовать при моделировании отличные от равномерного законы распределения. Однако этот способ неудобен для исследователя и не позволяет точно задавать распределение.

В преемнике GPSS/PC системе GPSS World имеется 24 модели законов распределения: 19 непрерывных и 5 дискретных. Для использования их в соответствующей модели достаточно вызвать функцию, возвращающую реализацию случайной величины, подчиняющейся этому закону, и передать ей требуемые параметры распределения. Например, если время обслуживания заявки прибором распределено по экспоненциальному закону с параметрами масштаба λ и сдвига μ (т.е. функция плотности имеет вид $f(x) = \frac{1}{\lambda} \exp\left\{-\frac{x-\mu}{\lambda}\right\}$), то

для описания этого факта в модели достаточно написать:

seize	pribor	; прибор занимается заявкой
advance	(exponential(1, mu, lambda))	; осуществляется задержка на
		; обработку заявки прибором
release	pribor	; прибор освобождается заявкой

Тем не менее, среди имеющихся в GPSS World распределений отсутствуют такие законы, как хи-квадрат, Рэлея, Максвелла, Реньи, Колмогорова, Стьюдента и другие, используемые при моделировании и статистическом исследовании систем массового обслуживания. Как и в GPSS/PC этот недостаток можно преодолеть линеаризацией функции плотности, но это неудобно при практическом применении.

В разработанном нами интерпретаторе эти трудности легко преодолеваются с помощью реализации большего числа законов распределения (37 законов), а также благодаря возможности получать смеси нескольких распределений из имеющихся законов, что особенно важно, поскольку на практике встречаются распределения, являющиеся комбинацией нескольких законов.

Таким образом, используя разработанный интерпретатор, у исследователя появляется возможность более качественно смоделировать изучаемую систему массового обслуживания.