

Расчетно-графическое задание по курсу «Методы оптимизации, теория игр и исследование операций».

1. Понятие асимптотически-оптимального группирования

Пусть $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_N$ - выборка значений наблюдаемой случайной величины объемом N . Процедура проверки гипотез с применением критериев типа χ^2 предусматривает группирование наблюдений. Область определения случайной величины разбивается на k непересекающихся интервалов граничными точками

$$x_0 < x_1 < \dots < x_{k-1} < x_k,$$

где x_0 - нижняя грань области определения случайной величины, x_k - верхняя грань. В соответствии с заданным разбиением подсчитывают количества n_i выборочных значений, попавших в i -й интервал, и вычисляют ве-

роятности попадания в интервал $P_i(\theta) = \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x, \theta) dx$, соответствующие

теоретическому закону с функцией плотности $f(x, \theta)$

Потери от группирования можно уменьшить, решая задачу *асимптотически оптимального группирования* и подбирая граничные точки так, чтобы $\mathbf{J}_\Gamma(\theta)$ стремилась к информационной матрице по негруппированным данным $\mathbf{J}(\theta)$. В случае скалярного параметра эта задача сводится к максимизации информационного количества Фишера о параметре по группированной выборке

$$\max_{x_0 < x_1 < \dots < x_{k-1} < x_k} \sum_{i=1}^k \left(\frac{\partial \ln P_i(\theta)}{\partial \theta} \right)^2 \cdot P_i(\theta). \quad (1)$$

А в случае вектора параметров в качестве критериев оптимальности могут быть выбраны различные функционалы от информационной матрицы Фишера. Наиболее естественно максимизировать определитель информационной матрицы, т.е. решать задачу

$$\max_{x_0 < x_1 < \dots < x_{k-1} < x_k} \det \mathbf{J}_\Gamma(\theta), \quad (2)$$

но могут быть и другие операторы, например, след матрицы

$$\max_{x_0 < x_1 < \dots < x_{k-1} < x_k} \text{tr} \mathbf{J}_\Gamma(\theta). \quad (3)$$

2. Задание

Согласно варианту задания необходимо найти границы интервалов оптимального группирования. При решении необходимо решить следующие задачи:

1. Подобрать метод оптимизации для решения задачи (1), (2) или (3), учитывая, что решение может быть неединственным.
2. Решить задачу (1), (2) или (3) при различных k от 2 до 15.
3. Определить потери информации при группировании как отношении информации Фишера по группированной и негруппированной выборке.

По заданию требуется оформить отчет.

3. Варианты

№	Задача	Закон распределения, f	Параметры
1.	1	Показательное	Параметр масштаба
2.	1	Парето	Параметр масштаба
3.	1	Вейбулла	Масштаба
4.	1	Минимального Значения	Параметр сдвига
5.	1	Рэля	Параметр масштаба
6.	1	Максвелла	Параметр масштаба
7.	1	Полунормальное	Параметр масштаба
8.	1	Вейбулла	Параметр Формы
9.	2	Вейбулла	Оба параметра
10.	3	Вейбулла	Оба параметра
11.	1	Нормальное	Параметре масштаба
12.	1	Нормальное	Параметр сдвига
13.	2	Нормальное	Оба параметра
14.	3	Нормальное	Оба параметра
15.	1	Логарифмически Нормальное	Параметр сдвига
16.	1	Максимального Значения	Параметр сдвига
17.	1	Максимального Значения	Параметр масштаба
18.	2	Максимального Значения	Оба параметра
19.	3	Максимального Значения	Оба параметра
20.	1	Коши	Параметр масштаба
21.	1	Коши	Параметр сдвига
22.	2	Коши	Оба параметра
23.	3	Коши	Оба параметра
24.	1	Логистическое	Параметр сдвига
25.	1	Логистическое	Параметр масштаба
26.	2	Логистическое	Оба параметра

27.	3	Логистическое	Оба параметра
28.	1	Лапласа	Параметр масштаба